

AMPLITUDES DE ESPALHAMENTO EM TEORIA DE SUPERCORDAS

Luiz Antonio Barreiro¹, Ricardo Medina²

¹Fundação de Ensino e Pesquisa de Itajubá - FEPI

²Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI

barreiro@universitas.edu.br

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os progressos recentes nos cálculos de amplitudes de espalhamento de supercordas abertas, em nível de árvore, com mais do que quatro estados externos sem massa. São também apresentados os termos correspondentes nas lagrangeanas efetivas em baixas energias.

Palavras chave: Supercordas, lagrangeanas efetivas, amplitudes de espalhamento e modelo padrão.

1. Introdução

No estudo da física de altas energias na atualidade, uma das teorias mais promissoras, mas que tem ocasionado uma série de controvérsias é a chamada teoria de supercordas. Como a teoria de supercordas e o próprio tratamento matemático da teoria são bastante complexos e ainda estão em desenvolvimento, uma das alternativas para se obter resultados é trabalhar com o que chamamos de lagrangeanas efetivas. A formulação lagrangeana, desenvolvida no século XVIII para o estudo da mecânica celeste, representa uma perspectiva matemática avançada da mecânica de Isaac Newton. Afortunadamente, a formulação lagrangeana provou, nos meados do século XX, se adequar naturalmente aos problemas envolvendo partículas subatômicas (explicadas pela mecânica quântica) em regimes de altas energias (explicados com teoria da relatividade). Assim, nesse trabalho, será apresentado o método das amplitudes de espalhamento para construção de lagrangeanas efetivas utilizadas no problema de espalhamento envolvendo teoria de supercordas.

2. Lagrangeana de Born-Infeld no contexto da Teoria de Supercordas

Nos aceleradores de partículas modernos, como no CERN (Centro Europeu para a Pesquisa Nuclear), situado na fronteira franco-suíça, se fazem colidir partículas com o intuito de se estudar as leis fundamentais que regem a natureza. As amplitudes de espalhamento representam a formulação matemática de como as partículas são espalhadas devido a essas colisões. Amplitudes de espalhamento podem ser calculadas utilizando a teoria de supercordas e as lagrangeanas efetivas vindas da teoria.

Como ponto de partida, consideraremos a conhecida lagrangeana do campo eletromagnético[1]:

$$L = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (1)$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor eletromagnético e o quadri-potencial eletromagnético, A_μ , está relacionado aos campos elétrico e magnético. A_μ representa a “partícula do campo magnético”, o *fóton*. Notemos que na lagrangeana (1) aparecerão termos do tipo

$$(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu). \quad (2)$$

Um processo de espalhamento que envolva esse termo é entendido da seguinte forma: entrou um fóton A^ν e saiu um fóton A_μ . De fato, a partir da lagrangeana (1) é possível determinar o comportamento do campo eletromagnético. Esse mesmo procedimento pode ser estendido a todas as outras partículas e interações fundamentais da natureza naquilo que é chamado de *modelo padrão*. A única exceção é a interação gravitacional, explicada pela teoria geral da relatividade. De fato, um dos objetivos da teoria de supercordas é justamente conseguir tratar a força gravitacional com a mesma formulação matemática utilizada no atual modelo padrão.

Além de incluir a força gravitacional no modelo padrão, a teoria de supercordas inclui correções no próprio modelo padrão. Um dos primeiros trabalhos, apresentando correções à lagrangeana eletromagnética se deve a Fradkin e Tseytlin [2]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \alpha'^2 \frac{\pi^2}{2} \left(F^{\mu\nu}F_{\nu\rho}F^{\rho\sigma}F_{\sigma\mu} - (F^{\mu\nu}F_{\mu\nu})^2 \right) + (\text{termos com potências maiores e pares em } \alpha') \quad (3)$$

A expressão (2) é conhecida como lagrangeana de Born-Infeld e somente potências pares de α' aparecem na expressão. Como α' é bem menor que 1, quanto maior sua potência, menor será sua contribuição. Assim, a expressão (2) é uma expansão cujos termos de ordem superior representam apenas pequenas perturbações no termo de ordem zero. No entanto, apesar das correções serem pequenas, sua significância aumenta com o aumento da precisão das medidas e com a escala de energia em que é realizado o experimento.

3. Teorias de Yang-Mills

A lagrangeana (1), bem como a lagrangeana de Born-Infeld, eq. (3) se restringem a campos eletromagnéticos. Em ordem zero na expansão, vemos que o número de fótons não se altera, eq. (2). Isso significa que o campo eletromagnético não interage com ele mesmo. Entretanto, existem outras interações fundamentais da natureza, que estão presentes no modelo padrão, e não seguem esse comportamento. São elas as interações fraca e forte. Essas interações estão presentes no núcleo atômico.

A diferença na estrutura matemática entre as várias interações do modelo padrão reside no fato que os campos A_μ são multiplicados por matrizes unidimensionais (números)

para a interação eletromagnética, multiplicados por matrizes 2x2 para a interação fraca e multiplicados matrizes 3x3 para a interação forte. Chamamos a teoria eletromagnética de teoria abeliana e outras teorias, que envolvem matrizes, são chamadas de teorias não-abelianas. Essas matrizes pertencem ao grupo de matrizes especiais de N dimensões, denominados $SU(N)$. Para essas interações o tensor do campo tem a forma:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig[A_\mu, A_\nu] \quad (4)$$

onde $[A_\mu, A_\nu] = A_\mu A_\nu - A_\nu A_\mu$ e g é uma constante que indica a intensidade do acoplamento dos campos. Como a lagrangeana deve ser um escalar (um número), calculamos o traço da expressão (1) para obter lagrangeanas que descrevam as interações fracas e fortes, obtendo as chamadas lagrangeanas de Yang-Mills.

4. Lagrangeanas efetivas

Até agora só discutimos lagrangeanas envolvendo interações entre partículas de matéria, mas as próprias partículas de matéria ainda não foram incluídas. Partículas de interação são chamadas de bósons e partículas de matéria são chamadas de férmions. Assim, tanto a lagrangeana (1) como a (3) envolvem somente bósons. Entretanto, devemos incluir os férmions. Assim, a forma geral de uma lagrangeana descrevendo interações (bósons) e partículas de matéria (férmions) é escrita como [3]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \text{str}(F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) + \alpha'^2 \frac{\pi^2}{2} \text{str}(F^{\mu\nu} F_{\nu\rho} F^{\rho\sigma} F_{\sigma\mu} - (F^{\mu\nu} F_{\mu\nu})^2) + \text{férmions} + \text{termos derivativos} \quad (5)$$

onde str representa o traço simetrizado das matrizes da expressão. Os termos envolvendo somente os tensores $F_{\mu\nu}$ são conhecidos em todas as ordens em α' . Por outro lado, os termos fermiônicos e os termos derivativos não são plenamente conhecidos. Esses termos podem ser determinados por comparação das amplitudes de espalhamento vindas diretamente da teoria de supercordas e amplitudes vindas de lagrangeanas efetivas. Com isso, determinam-se quais são os termos e qual é a importância de cada termo na lagrangeana efetiva.

5. Amplitudes de Espalhamento

A fórmula geral da amplitude de espalhamento de bósons, em nível de árvore, vinda da teoria de supercordas é [4]

$$\mathcal{A}^{(M)} = i(2\pi)^{10} \delta(k_1 + \dots + k_M) \times \sum_{j_1 \dots j_M} \text{tr}(\lambda_{a_{j_1}} \dots \lambda_{a_{j_M}}) A(j_1 \dots j_M) \quad (6)$$

onde M representa o número de partículas envolvidas no espalhamento, λ_{a_j} são as matrizes do grupo $SU(N)$ e

$$A(j_1 \dots j_M) = \frac{2g^{M-2}}{(2\alpha')^{7M/6}} (x_{M-1} - x_1)(x_M - x_1) \times \int_{\mathcal{M}} dx_2 \dots dx_{M-2} \int d\theta_1 \dots d\theta_{M-2} \times \prod_{i>j} |x_i - x_j - \theta_i \theta_j|^{2\alpha' k_i k_j}$$

sendo a função $f(\zeta, k, \theta, \phi)$ dada por

$$f(\zeta, k, \theta, \phi) = \sum_{i \neq j}^M \frac{(\theta_i - \theta_j) \phi_i(\zeta_i, k_j)(2\alpha')^{11/4} - 1/2 \phi_i \phi_j(\zeta_i, \zeta_j)(2\alpha')^{9/2}}{x_i - x_j - \theta_i \theta_j}$$

As variáveis θ_i e ϕ_i são variáveis de Grassmann, enquanto x_i são variáveis reais. ζ_i e k_i são as polarizações e os momenta dos campos, respectivamente.

$$\times \int d\phi_1 \dots d\phi_M e^{f(\zeta, k, \theta, \phi)}$$

O próximo passo será construir lagrangeanas que efetivamente reproduzam a amplitude de supercordas (6). A estrutura geral de uma lagrangeana efetiva para bósons tem a seguinte forma [3]:

$$\mathcal{L} = \text{tr}[F^2 + \alpha'^2 F^4 + \alpha'^3 (F^5 + D^2 F^4) + \alpha'^4 (F^6 + D^2 F^5 + D^4 F^4) + \dots] \quad (7)$$

O termo F^2 é uma forma compacta de representar a primeira linha da expressão (5) o termo F^4 representa os termos presentes na segunda linha da expressão (5) e os termos $D^n F^m$ representam os termos derivativos. Os termos derivativos para o espalhamento de 4 bósons foram todos determinados na referência [5]. Para cinco bósons os termos foram determinados em [6].

6. Amplitude de 5 Partículas

Na referência [6] obteve-se o seguinte resultado para a amplitude de 5 bósons:

$$A^{5b}(1,2,3,4,5) = T \cdot A_{F^2}^{5b}(1,2,3,4,5) + (2\alpha')^2 K_3 \cdot A_{F^4}^{5b}(1,2,3,4,5) \quad (8)$$

Nesta fórmula, $A_{F^2}^{5b}(1,2,3,4,5)$ e $A_{F^4}^{5b}(1,2,3,4,5)$ são amplitudes obtidas da lagrangeana (5), enquanto T e K_3 são fatores dependentes de α' que tem expansões totalmente conhecidas [6]. Dessa forma, a amplitude descrita na expressão (8) possui as correções em todas as ordens em α' .

Nesse ponto introduziremos os férmions. Baseado nas propriedades da amplitude apresentadas na expressão (8), a hipótese que aqui é feita sugere que as amplitudes de espalhamento para 3-bósons/2-férmions e para 1-bóson/4-férmions tem a mesma estrutura que a amplitude de 5-bósons da expressão (8). Assim,

$$A^{5b}(1,2,3,4,5) = T \cdot A_{\mathcal{L}_0}^{5b}(1,2,3,4,5) + (2\alpha')^2 K_3 \cdot A_{\mathcal{L}_2}^{5b}(1,2,3,4,5) \quad (9)$$

$$A^{3b/2f}(1,2,3,4,5) = T \cdot A_{\mathcal{L}_0}^{3b/2f}(1,2,3,4,5) + (2\alpha')^2 K_3 \cdot A_{\mathcal{L}_2}^{3b/2f}(1,2,3,4,5) \quad (10)$$

$$A^{1b/4f}(1,2,3,4,5) = T \cdot A_{\mathcal{L}_0}^{1b/4f}(1,2,3,4,5) + (2\alpha')^2 K_3 \cdot A_{\mathcal{L}_2}^{1b/4f}(1,2,3,4,5) \quad (11)$$

Sendo a lagrangeana em ordem zero em α' dada por

$$\mathcal{L}_0 = \text{tr}(F^2 + i\bar{\psi}\gamma D\psi) \quad (12)$$

e a lagrangeana $\mathcal{L}_2$ é dada por

$$\mathcal{L}_2 = \text{tr}(F^4 + D(\bar{\psi}\gamma\psi)F^2 + D^2(\bar{\psi}\gamma\psi)^2 + F(\bar{\psi}\gamma\psi)^4) \quad (13)$$

onde está sendo considerado somente os termos que contribuem para a amplitude de 5 partículas. A lagrangeana $\mathcal{L}_2$ foi completamente determinada na referência [7].

Um primeiro teste para as expressões (10) e (11) consiste no fato que, por construção, elas devem reproduzir as amplitudes de 3-bósons/2-férmions e 1-bóson/4-férmions em ordem α'^2 vindas diretamente da seguinte lagrangeana

$$\mathcal{L}_{efetiva} = \mathcal{L}_0 + \alpha'^2 \mathcal{L}_2 \quad (14)$$

Outro teste garantindo que as expressões (10) e (11) são corretas em todas as ordens em α' é dado pelas transformações de superssimetria [3]. A soma das variações das expressões (9), (10) e (11) sob as seguintes transformações de superssimetria,

$$\begin{aligned} \delta A_\mu^a &= \frac{i}{2} \bar{\epsilon} \gamma_\mu \psi^a \\ \delta \psi^a &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a \gamma^{\mu\nu} \epsilon \\ \delta \bar{\psi}^a &= -\frac{1}{4} \bar{\epsilon} \gamma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a \end{aligned}$$

se anula após considerarmos as condições de estado físico, na camada de massa, juntamente com a conservação de momentum. Os resultados positivos desses testes comprovam a hipótese apresentada nas expressões (10) e (11).

7. Termos $\alpha'^3 D^2 F (\bar{\psi} \gamma \psi)^2$

Os termos derivativos envolvendo férmions, em ordem α'^2 , já foram determinados na lagrangeana $\mathcal{L}_2$, Eq. (13). Neste ponto iniciaremos a construção dos termos derivativos que contribuem para o espalhamento de 1 bóson e 4 férmions, em ordem α'^3 , os quais são ainda desconhecidos. Esses termos tem a seguinte forma geral

$$\mathcal{L}_{geral} = \alpha'^3 g^{n_g} D^{n_D} F^{n_F} \psi^{n_\psi} \quad (15)$$

com n_i sendo a multiplicidade de cada elemento. As respectivas dimensões de cada elemento são:

$$[g] = L^3, [\alpha'] = L^2, [D] = L^{-1}, [F] = L^{-5}, [\psi] = L^{-3/2}.$$

onde L representa dimensão de espaço-tempo. Como a teoria de supercordas bosônicas abertas apresenta resultados finitos em um espaço-tempo de 10 dimensões, a dimensão da lagrangeana (15) deve ser

$$[\mathcal{L}_{geral}] = L^{-10}$$

Com esse resultado em mente, voltamos à expressão geral (15) e vemos que as multiplicidades devem obedecer a seguinte relação,

$$3n_g - n_D - 5n_F - \frac{9}{2}n_\psi = 16 \quad (16)$$

Por outro lado, uma redefinição dos campos, de modo que a constante de acoplamento não apareça explicitamente na lagrangeana. Isso permite escrever uma nova relação para as multiplicidades

$$n_g - n_F - n_\psi = 16 \quad (17)$$

Considerando as relações (16) e (17), a partir da expressão geral (15), podemos construir os termos lagrangeanos desejados. Esses termos serão classificados de acordo com o

número de índices de espaço-tempo contraídos. Assim, podemos escrever [8]:

- Termos com três pares de índices

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(3)} &= a_{a,b,c,d,e}^{(3)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D_\mu \bar{\psi}^b \gamma_\nu \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\rho \psi^e) \\ &+ b_{a,b,c,d,e}^{(3)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D_\nu \bar{\psi}^b \gamma_\mu \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\rho \psi^e) \\ &+ c_{a,b,c,d,e}^{(3)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D_\rho \bar{\psi}^b \gamma_\nu \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\mu \psi^e) \\ &+ d_{a,b,c,d,e}^{(3)} F^{\mu\nu,a} (D^\rho \bar{\psi}^b \gamma_\mu D_\nu \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\rho \psi^e) \\ &+ e_{a,b,c,d,e}^{(3)} F^{\mu\nu,a} (D^\rho \bar{\psi}^b \gamma_\nu D_\rho \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\mu \psi^e) \\ &+ f_{a,b,c,d,e}^{(3)} F^{\mu\nu,a} (D_\mu \bar{\psi}^b \gamma^\rho D_\nu \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\rho \psi^e) \\ &+ g_{a,b,c,d,e}^{(3)} F^{\mu\nu,a} (D^\rho \bar{\psi}^b \gamma_\mu \psi^c) (D_\nu \bar{\psi}^d \gamma_\rho \psi^e) \\ &+ h_{a,b,c,d,e}^{(3)} F^{\mu\nu,a} (D^\rho \bar{\psi}^b \gamma_\mu \psi^c) (D_\rho \bar{\psi}^d \gamma_\nu \psi^e) \\ &+ i_{a,b,c,d,e}^{(3)} F^{\mu\nu,a} (D_\mu \bar{\psi}^b \gamma^\rho \psi^c) (D_\nu \bar{\psi}^d \gamma_\rho \psi^e) \end{aligned}$$

onde os coeficientes do tipo $a_{a,b,c,d,e}^{(3)}$ são formados pelo traço de combinações lineares de produtos de cinco matrizes λ_a , λ_b , λ_c , λ_d e λ_e do grupo $SU(N)$.

Alem desses, encontramos termos equivalentes com um número maior de índices de espaço-tempo.

- Termos com quatro pares de índices

$$\mathcal{L}^{(4)} = a_{a,b,c,d,e}^{(4)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D^\sigma \bar{\psi}^b \gamma_{\mu\nu\rho} \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_\sigma \psi^e) + \dots$$

- Termos com cinco pares de índices

$$\mathcal{L}^{(5)} = a_{a,b,c,d,e}^{(5)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D^\sigma \bar{\psi}^b \gamma^\tau \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_{\mu\nu\rho\sigma\tau} \psi^e) + \dots$$

- Termos com seis pares de índices

$$\mathcal{L}^{(6)} = a_{a,b,c,d,e}^{(6)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D^\sigma \bar{\psi}^b \gamma^{\tau\omega}_{\mu\nu\rho} \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_{\sigma\tau\omega} \psi^e) + \dots$$

- Termos com sete pares de índices

$$\mathcal{L}^{(7)} = a_{a,b,c,d,e}^{(7)} D^\mu F^{\nu\rho,a} (D^\sigma \bar{\psi}^b \gamma^{\tau\omega\varepsilon}_{\mu\nu} \psi^c) (\bar{\psi}^d \gamma_{\rho\sigma\tau\omega\varepsilon} \psi^e) + \dots$$

O ponto central para se obter os termos derivativos está na determinação dos coeficientes $a_{a,b,c,d,e}^{(n)} \dots i_{a,b,c,d,e}^{(n)}$ que multiplicam cada termo lagrangeano. Por outro lado, esses coeficientes são formados pelo traço de matrizes do grupo $SU(N)$, os quais obedecem as seguintes relações

$$f_{abc} = -i \text{tr}[\lambda_a \lambda_b - \lambda_b \lambda_a] \lambda_c \quad (18)$$

$$d_{abc} = \text{tr}[\lambda_a \lambda_b + \lambda_b \lambda_a] \lambda_c \quad (19)$$

onde f_{abc} são conhecidas como constantes de estrutura do grupo. Assim, pode-se utilizar essas relações para escrever os coeficientes $a_{a,b,c,d,e}^{(n)} \dots i_{a,b,c,d,e}^{(n)}$ como produtos de constantes de estrutura, cujas possíveis combinações que tem 5 índices livres (a, b, c, d, e) são listadas abaixo:

$$\begin{aligned} &f_{aen} f_{bmn} f_{cdm}, f_{adn} f_{bmn} f_{cem}, f_{aen} f_{bdn} f_{cmn}, \\ &f_{adn} f_{bem} f_{cmn}, f_{acn} f_{bmn} f_{dem}, f_{abn} f_{cmn} f_{dem}, \\ &f_{aen} f_{bcm} f_{dmn}, f_{acn} f_{bem} f_{dmn}, f_{abn} f_{cem} f_{dmn}, \\ &f_{adn} f_{bcm} f_{emn}, f_{acn} f_{bde} f_{emn}, f_{abn} f_{cdm} f_{emn}. \end{aligned} \quad (20)$$

É possível escrever qualquer produto de três ou mais constantes de estrutura com 5 índices livres como uma combinação dos 12 produtos listados acima. Temos um conjunto correspondente para as constantes d_{abc} .

Nesse ponto, serão utilizadas as regras de Feynman [9] para obter as amplitudes de espalhamento de 4-férmions/1-bóson. O ponto de partida é o conjunto de diagramas de Feynman a seguir:

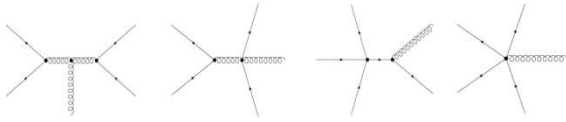


Fig. 1: Diagramas de Feynman.

Através das regras de Feynman, cada um desses diagramas está associado a uma expressão matemática que representa o espalhamento de partículas. As linhas retas representam os férmions enquanto as linhas em espiral representam os bósons. De modo simplificado, as regras de Feynman descrevem as amplitudes da seguinte forma: As linhas de férmions externas, representam os espiniores (funções que representam os férmions), enquanto as linhas de bósons externas, representam vetores de polarização, que serão incluídos na amplitude de espalhamento. Já as linhas internas (que ligam dois pontos ou vértices) representam os propagadores, que tem expressões matemáticas bem definidas, tanto para bósons como para férmions. Finalmente, cada vértice (com três, quatro ou cinco linhas) também tem respectivas expressões matemáticas. Todas essas regras são determinadas a partir das lagrangeanas $\mathcal{L}^{(3)}$, $\mathcal{L}^{(4)}$, $\mathcal{L}^{(5)}$, $\mathcal{L}^{(6)}$ e $\mathcal{L}^{(7)}$. Assim, obtêm-se a amplitude de 4-férmions/1-bóson e compara-se com o resultado $A^{1b/4f}$ encontrado na equação (11). Dessa comparação, a completa estrutura dos coeficientes $d_{a,b,c,d,e}^{(n)} \dots i_{a,b,c,d,e}^{(n)}$ será determinada.

Os primeiros resultados mostram que todos os termos envolvendo d_{abc} não contribuem, somente as constantes de estrutura f_{abc} sobrevivem. Esse é o resultado esperado, pois no limite abeliano (eletromagnético) da teoria, temos somente potências pares em α' (eq. 3), portanto as amplitudes em α'^3 não contribuem (devem se anular). Como f_{abc} anula-se no limite abeliano, basta que a amplitude contenha somente f_{abc} em sua estrutura matemática, para ela se anular nesse limite.

8. Conclusões

De forma resumida, podemos concluir que a estrutura da amplitude segue o mesmo padrão, seja para bósons ou quando temos férmions envolvidos, como mostrado nas equações (9), (10) e (11).

Também os primeiros resultados indicam que as amplitudes, bem como os termos derivativos envolvendo férmions em ordem α'^3 , presentes na lagrangeana apresentam somente as constantes de estrutura f_{abc} , com combinações apresentadas na lista (19), como requerido pelo limite abeliano.

9. Referências

- [1] L. Landau e E. Lifshitz, Coleção de Física Teórica, Vol. 2, Editora Mir.
- [2] E. S. Fradkin e A.A. Tseylin, Phys. Lett. **B 163** (1985), 123.
- [3] R. Medina e L. A. Barreiro, Proc. Sci. – Fifth International Conference on Mathematical Methods in Physics - IC2006
- [4] M. B. Green, J. H. Schwarz e E Witten, Superstring Theory, vol. I: Introduction, Cambridge, 1987.
- [5] F. Machado e R. Medina, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **127** (2004), 166.
- [6] L. A. Barreiro e R. Medina, JHEP **05**(03)055.
- [7] M. Cederwall, B.E.W. Nilson e D. Tsimpis, JHEP **01**(07)042
- [8] L. A. Barreiro e R. Medina, em preparação.
- [9] S. M. Bilenky, Introduction to Feynman Diagrams, Pergamon Press,