MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO À BARRAS E TRELIÇAS

Luan Matis Fernandes[(1)]; Pietro Olegário da Silva[(2)]; Adriana Amaro Diacenco[(3)].

[1]Graduando do Curso de Engenharia Mecânica, Bolsista do PIBIC/FAPEMIG no Núcleo de Pesquisa Institucional, matisluan@gmail.com; [2]Graduando do Curso de Engenharia Mecânica, Voluntário de Pesquisa Institucional, pietro.osilva@gmail.com; [3]Professora dos cursos de Engenharias, Membro do Núcleo de Pesquisa Institucional, adriana_aadiacenco@yahoo.com.br.

RESUMO

O Método de Elementos Finitos (MEF) é uma análise matemática que baseia-se na discretização de uma estrutura em sub-estruturas, onde cada uma esse sub-estrutura é chamado de elementos finitos, mantendo as mesmas propriedades do meio original. Essas sub-estruturas são descritas por equações diferenciais e resolvidas por modelos matemáticos, para que sejam obtidos os resultados desejados. O MEF foi desenvolvido em meados de 1950, mas somente com o surgimentos e a evolução dos computadores sua viabilização tornou-se mais ampla, facilitando a resolução das enormes equações algébricas. Atualmente o campo de sua aplicabilidade tem crescido consideravelmente. Dentre os inúmeros campos de aplicação possíveis, podem se citar: Indústria da Construção Civil; naval, aeronáutica e aeroespacial; Metalurgia; Mineração; Exploração de petróleo; Forças Armadas; Indústria automobilística, entre outros. No ramo de engenharia o MEF é uma poderosa ferramenta na análise de diversos fenômenos físicos, e no projeto e análise de diversos equipamentos, proporcionando melhores benefícios e reduzindo custo para empresa. Com isso, é fundamental que os engenheiros, de qualquer seja sua área, conheçam os conceitos básicos do MEF para que possa ampliar seus conhecimentos e obtendo melhores resultados. Para entendermos treliças é necessário conceitos sobre elementos de barras, pois, treliça nada mais é que um conjunto de barras,onde será feita algumas considerações sobre, quais as forças atuantes, aplicações, alguns conceitos e equações de grande importância para o desenvolvimento do MEF.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos; Barras; Treliças.

INTRODUÇÃO

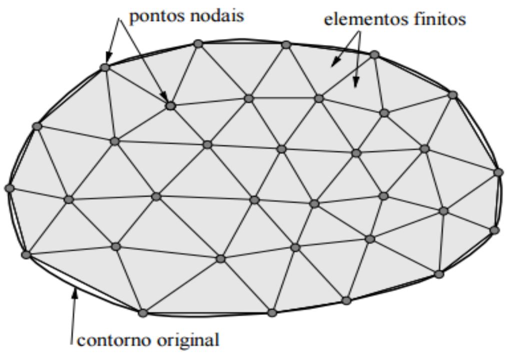
A análise do comportamento de materiais e estruturas em ensaios em escala real podem se tornar inviáveis devido ao custo ou ao tempo, e isto tem impulsionado o desenvolvimento de diversos modelos numéricos que possibilitem a representação do comportamento de tais materiais. Uma ferramenta numérica amplamente aplicada e, que ganhou destaque nos últimos anos é o Método de Elementos Finitos, devido a sua alta precisão na descrição do comportamento mecânico de diversos tipos de estruturas (barras, vigas, placas, cascas) constituídas tanto de materiais metálicos como de compósitos.

A técnica por elementos finitos pode ser combinada com teorias analíticas que descrevam o comportamento mecânico de estruturas. Basicamente várias teorias aplicadas a diferentes tipos de estruturas (variando desde barras a estruturas curvas) podem ser combinadas com a teoria de elementos finitos, possibilitando a descrição do comportamento mecânico das estruturas.

O problema de representar o comportamento de estruturas tem sido cada vez mais desenvolvido utilizando-se a técnica de elementos finitos. Dentre os vários tipos de estruturas existentes (vigas, placas, cascas, treliças), as estruturas treliçadas têm amplo destaque, pois são aplicadas em diversos setores da Engenharia, tais como pontes ferroviárias e rodoviárias, torres de transmissão, dentre outros. Nesse sentido, torna-se importante entender o seu comportamento mecânico. Por exemplo, uma ponte treliçada recebe vários tipos de esforços e, além disto, o posicionamento das treliças bem como suas propriedades alteram as respostas mecânicas finais.

De modo geral, ideia básica do MEF é dividir o corpo (domínio) do problema em um número finito de elementos (subdomínios), de formas geométricas relativamente simples. Os subdomínios são chamados de elementos finitos e são conectados aos elementos vizinhos por um número finito de "nós" ou pontos nodais, conforme a figura 1.

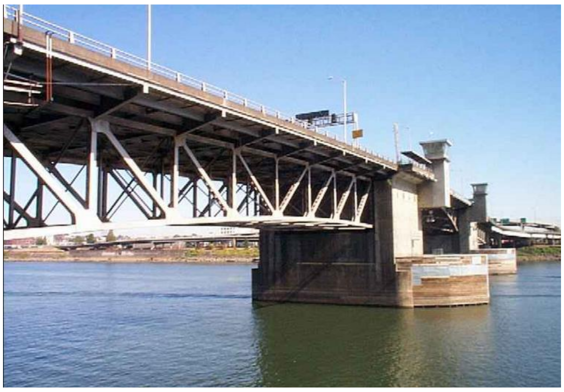
Figura 1 – Distrubuição da Malha de Elementos Finitos



CONSIDERAÇÕES SOBRE ELEMENTOS DE BARRAS E SEU COMPORTAMENTO

Uma estrutura de treliça, consiste em uma coleção de elementos frequentemente chamados de barras. Esses elementos de barra são caracterizados por uma seção transversal de dimensões pequenas quando comparadas com seu comprimento, e apresentam resistência à torção, dobragem e cisalhamento desprezíveis. A figura 2.2 a seguir ilustra uma ponte treliçada com elementos de barras.

Figura 2 – Ponte Treliçada



Em barras, as forças de dobragem, de cisalhamento e de torção são consideradas inexistentes. As únicas forças internas importantes são as forças axiais internas, de modo que o comportamento desses elementos é similar ao das molas. Alguns conceitos e equações governam o comportamento da barra, são eles:

1. Equilíbrio do elemento, ou seja, a soma das forças internas atuando no elemento é igual à zero.

$$F_1 + F_2 = 0$$

2. A lei da tensão-deformação elástica (lei de Hooke), que estabelece que a tensão é uma função linear da deformação.

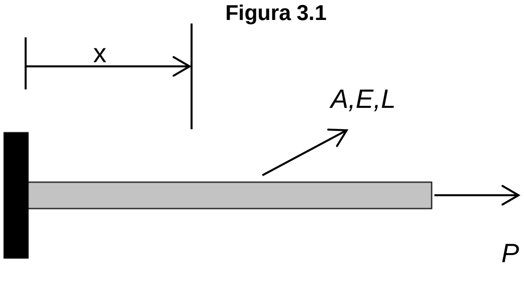
$$\sigma = E\varepsilon$$

3. A deformação da estrutura deve ser compatível, isto é, fendas ou sobreposições não se podem desenvolver na estrutura depois da deformação.

EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO ELEMENTO DE BARRA

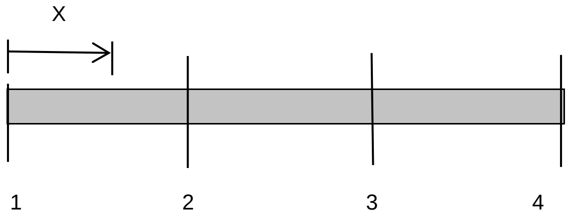
Considerada uma barra constituída por uma material homogêneo, isotrópico, linear e seja submetida à ação de uma carga axial *P,* de comprimento *L*, área da seção transversal *A* e sendo que *E* é o módulo de elasticidade do material da barra, Figura 3.1.

Figura 3.1



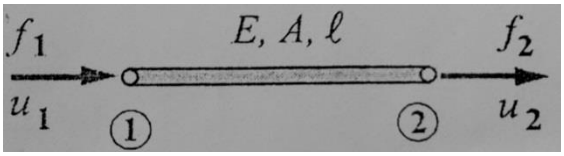
Utilizando o processo de discretização do meio contínuo por elementos finitos, a barra será modelada, como na figura 3.2.

Figura 3.2

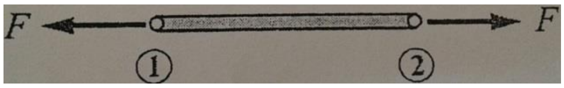


Cada elemento de barra coincide com eixo *x* e possuem dois nós que são pontos extremos dos elementos. Considera-se que cada nó possui um grau de liberdade que é o deslocamento do nó na direção do eixo *x*, ou seja, deslocamentos u_1 e u_2. A Figura 3.3 a seguir a discretização do primeiro elemento. (de Oliveira, 2015).

Figura 3.3



(a)



(b)

A deformação ε_x é dada por

$$\varepsilon_x = \frac{du(x)}{dx}$$

A tensão σ_x por

$$\sigma_x = E\,\varepsilon_x = E\,\frac{du(x)}{dx}$$

Então,

$$F = A\,\sigma_x = AE\,\frac{du(x)}{dx}$$

FUNÇÃO DE DESLOCAMENTO

$$u(x) = a + bx \tag{3.1}$$

Para x = 0, tem-se

$$u(0) = u_1 = a \tag{3.2a}$$

e para $x = \ell$,

$$u(\ell) = u_2 = u_1 + b\ell$$

logo,

$$b = \frac{u_2 - u_1}{\ell} \tag{3.2b}$$

Com as Equações (3.2a) e (3.2b) a função de deslocamento será,

$$u(x) = u_1 + \frac{u_2 - u_1}{\ell}(x)$$

MATERIAL E MÉTODOS

A metodologia foi efetuada através do uso da ferramenta numérica método dos elementos finitos em combinação com as equações que descrevem analiticamente o comportamento mecânico de barras (resistência dos materiais). Até o presente momento, foi efetuado um levantamento bibliográfico com o objetivo de proporcionar um embasamento teórico a cerca do estudo para posteriormente fazer uma análise matemática/computacional.

RESULTADOS ESPERADOS

Após a implementação da análise mecânica no software MatLab®, será discutido resultados a respeito do melhor posicionamento das treliças no contexto da análise estática e dinâmica.

CONCLUSÕES

O Método dos Elementos Finitos, no ramo da engenharia, pode proporcionar diversas vantagens pela de interpretação e obtenção dos resultados. Diferentes aplicações e objetivos podem sem alcançados com este método, porém, para a correta execução desta metodologia, é necessária a comunicação entre profissionais da Engenharia para que possa por em prática as idéias e obter resultados corretos e válidos.

REFERÊNCIAS

1. WLAMIR O., Método dos Elementos Finitos, Apostila 6a. Versão, 2015.

2. Fish, J., Belytschko T. A First Course in Finite Elements Editor LTC, 2009

3. NCE - Núcleo de Cálculos Especias. Disponível em : <http://nceengenharia.com.br/nce/artigo_01.pdf>. Acesso em 21 de Julho de 2015.

4. YouTube - Elementos Finitos. Programa Diálogos da TV UNESP. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=x2UAJ9eYccE>. Acesso em 25 de Julho de 2015.

5. YouTube - Elementos Finitos. Programa Diálogos da TV UNESP. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=j4pWRnhbd6w>. Acesso em 28 de Julho de 2015.

6. BAHIA, M.T. Otimização topológica aplicada ao projeto de mecânismos flexíveis. 2005. 193 f. Dissertação (Mestre em Engenharia) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2005.

7. Souza, R. M. O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor. Universidade Federal do Pará. Bélem. 2003.